

Avis de Soutenance

Monsieur Colin WEILL--DUFLOS

Mathématiques et Informatique

Soutiendra publiquement ses travaux de thèse intitulés

The Laplace-Beltrami operator and its applications to discrete geometry processing

dirigés par Monsieur Jacques-Olivier LACHAUD et Monsieur David COEURJOLLY

Soutenance prévue le **jeudi 12 décembre 2024** à 14h00

Lieu : Bâtiment Le Chablais, Campus Scientifique 73376 Le Bourget du Lac

Salle : TLR

Composition du jury proposé

M. Jacques-Olivier LACHAUD	Université de Savoie Mont-Blanc	Directeur de thèse
M. Dmitry SOKOLOV	Université de Lorraine	Rapporteur
M. Hugues TALBOT	CentraleSupélec	Rapporteur
Mme Céline ROUDET	Université de Bourgogne, LIB	Examinatrice
M. David COEURJOLLY	CNRS Délégation Rhône-Alpes	Co-directeur de thèse
M. Boris THIBERT	Université Grenoble Alpes	Examineur
M. Mathieu DESBRUN	Dentre Inria Saclay – Île-de-France	Invité

Mots-clés : Traitement de surfaces, Géométrie discrète, Calcul extérieur discret, Opérateur de Laplace-Beltrami, Géométrie digitale, UV mapping,

Résumé :

L'opérateur de Laplace-Beltrami, utilisés dans de nombreuses EDP telles que l'équation de la chaleur ou l'équation des ondes, a été discrétisé très tôt à l'aide de réseaux électriques afin d'approximer des solutions de ces EDP. Ici, nous nous concentrons sur ses usages en traitement de géométrie, où l'on utilise des outils et des concepts mathématiques afin de manipuler des objets 3D comme des maillages surfaciques, des maillages volumiques ou des nuages de points. Dans ce champ de recherche, l'opérateur de Laplace-Beltrami fait partie des objets mathématiques les plus employés, avec des applications dans de nombreuses méthodes telles que le lissage de surface, la compression de maillage, l'approximation de géodésiques, la description de formes et la correspondance de formes. Étant donné que nous travaillons sur des objets discrets (et, dans le cadre de cette thèse, des surfaces digitales spécifiquement), il nous faut une version discrète de l'opérateur de Laplace-Beltrami. La discrétisation de cet opérateur présente plusieurs difficultés. Idéalement, l'opérateur approxime son équivalent lisse: si l'on augmente la résolution de la surface, les résultats obtenus avec l'opérateur discret devraient approcher ceux de l'opérateur lisse. Notre travail se concentre sur les surfaces digitales. Ces surfaces se trouvent en géométrie digitale, où l'on travaille sur des sous-ensembles de Z^3 . Alors que dans les cas des surfaces triangulaires des normales non convergentes correspond à un cas pathologique, ici c'est l'inverse: on peut généralement supposer que les normales ne convergent pas. Il en résulte que pour des estimateurs de quantités simples telles que la

longueur ou l'aire, obtenir des garanties de convergence n'est pas simple, mais pas impossible non plus: des estimateurs convergents existent bien pour ces quantités ainsi que pour les normales et la courbure. Notre but est d'utiliser ces estimateurs afin de développer des méthodes d'analyse pour les surfaces digitales qui se comportent autant que possible comme dans le cas lisse. De telles méthodes ont déjà été développées, et ont même des garanties de convergence pour l'opérateur de Laplace-Beltrami: elles sont cependant lentes à construire et produisent des opérateurs denses et donc occupant beaucoup de mémoire et prenant du temps à inverser. Nous souhaitons donc développer des opérateurs sparses qui peuvent, à l'opposer des opérateurs denses, rapidement être construits et facilement inversés. Nous proposons plusieurs adaptations de méthodes existantes pour des géométrie équipées d'un champ de normal additionel. Nous vérifions que ces méthodes se comportent comme voulu. Nous utilisons aussi ces méthodes afin de construire un opérateur de Laplace-Beltrami que l'on utilise dans une méthode de régularisation des surfaces digitales. Nous étudions également l'adaptions de fonctionnelles d'Ambrosio-Tortorelli afin de produire des UV maps. Les UV maps sont des aplatissement en 2d de surfaces 3d, principalement utilisées afin d'appliquer des textures (stockées sous forme d'images) sur une surface, avec des discontinuités désignées en tant que coupures. Lors de la construction de UV maps, le but est de minimiser la distorsion de la paramétrisation tout en minimisant également la longueur des coupures. Minimiser la distorsion permet d'éviter d'avoir des triangles dont les représentations dans le plan sont à des échelles différentes et requiert donc des résolutions d'images différentes, et permet également les modifications faites directement sur la texture à correspondre à la modification résultante sur la surface. On veut également éviter d'avoir trop de longueur de coupure, qui permettent certes de réduire la distorsion mais rende la texture plus dure à manipuler. En optimisant nos version adaptées de la fonctionnelle d'Ambrosio-Tortorelli, on obtient une optimisation simultanée de la distorsion et des coupures de la paramétrisation.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Carl Dreyer". The signature is written in a cursive, flowing style with some loops and flourishes.